RANGO DE UNA MATRIZ CON PARÁMETROS (GAUSS) II

1) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1+a & 1 \\ 0 & 1+b \end{pmatrix}$ dependiendo de los valores de los parámetros a y b.

2) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & p & 5 \end{pmatrix}$ dependiendo del valor del parámetro p.

3) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 3 & 1-2p \\ -5 & -2 & -5 & -1 \end{pmatrix}$ dependiendo del valor del parámetro p.

4) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & m \end{pmatrix}$ dependiendo del valor del parámetro m.

5) Halla el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 5 & n \\ 1 & 0 & -m \end{pmatrix}$ dependiendo de los valores de los parámetros m y n.

SOLUCIONES

Todas las transformaciones se hacen por filas

1) $\begin{pmatrix} 1+a & 1 \\ 0 & 1+b \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} \text{Si a = -1} \rightarrow ran(A) = 1 \\ \text{Si a} \neq \text{-1} \rightarrow \begin{cases} \text{b} = -1 \text{entonces ran(A)} = 1 \\ \text{b} \neq \text{-1entonces ran(A)} = 2 \end{cases} \end{cases}$

2)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & p & 5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} 2^a - 1^a \\ 3^a - 2 \cdot 1^a \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & p-2 & 7 \end{pmatrix} \rightarrow 3^a + 3 \cdot 2^a \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & p+4 & 16 \end{pmatrix}$$

intercambiando las columnas 3ª y 4ª $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 16 & p+4 \end{pmatrix}$. **Para cualquier valor de p, ran(A)= 3**.

3)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 3 & 1-2p \\ -5 & -2 & -5 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} 2^a - 3 \cdot 1^a \\ 3^a + 5 \cdot 1^a \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -9 & 0 & -2p-5 \\ 0 & 8 & 0 & 9 \end{pmatrix} \rightarrow 9 \cdot 3^a + 8 \cdot 2^a \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -9 & 0 & -2p-5 \\ 0 & 0 & 0 & 41-16p \end{pmatrix}$$

Si 41-16p = 0 entonces p = 41/16

Si **p = 41/16 entonces ran(A) = 2** y si **p** $\neq$ **41/16 entonces ran(A) = 3**.

4)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & m & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & m \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} 2^a - 1^a \\ 3^a - 2 \cdot 1^a \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & m & 1 \\ 0 & -2 & 2-m & -1 \\ 0 & -3 & -1-2m & m-2 \end{pmatrix} \rightarrow 2 \cdot 3^a - 3 \cdot 2^a \begin{pmatrix} 1 & 1 & m & 1 \\ 0 & -2 & 2-m & -1 \\ 0 & 0 & -8-m & 2m-1 \end{pmatrix}$$

Si – 8 - m = 0 entonces m = - 8

Si m$\neq$ **- 8 entonces ran(A) = 3**

Si m= - 8 , intercambiando las columnas 3ª y 4ª queda: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -8 \\ 0 & -2 & -1 & 10 \\ 0 & 0 & -17 & 0 \end{pmatrix}$ y **ran(A) = 3**

Por lo tanto **para cualquier valor de m, ran(A) = 3**

5) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 5 & n \\ 1 & 0 & -m \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} 2^a - 2 \cdot 1^a \\ 3^a - 1^a \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 0 & 11 & n-8 \\ 0 & 3 & -m-4 \end{pmatrix} \rightarrow 11 \cdot 3^a - 3 \cdot 2^a \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 0 & 11 & n-8 \\ 0 & 0 & -11m-3n-20 \end{pmatrix}$

Si **11m + 3n = - 20 entonces ran(A) = 2** y si **11m + 3n** $\neq$ **- 20 entonces ran(A) = 3**